


Γ' Γυμνασίου
Μαθηματικά- Άλγεβρα και Γεωμετρία
Λέλλου Γεωργία



ΑΛΓΕΒΡΑ

Θυμάμαι τις ιδιότητες των δυνάμεων και τα πρόσημα στις πράξεις των ρητών αριθμών!!!!



ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

Ιδιότητες	Παραδείγματα
$a^μ \cdot a^ν = a^{μ+ν}$	$2^3 \cdot 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$
$a^μ : a^ν = a^{μ-ν}$	$3^5 : 3^3 = 3^{5-3} = 3^2$
$(aβ)^ν = a^ν β^ν$	$(2x)^2 = 2^2 x^2 = 4x^2$
$\left(\frac{a}{β}\right)^ν = \frac{a^ν}{β^ν}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$
$(a^μ)^ν = a^{μν}$	$(2^{-3})^{-2} = 2^6 = 64$
$\left(\frac{a}{β}\right)^{-ν} = \left(\frac{β}{a}\right)^ν$	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4$

fppt.com



ΠΡΑΞΕΙΣ ΡΗΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

ΠΡΟΣΘΕΣΗ

Για να προσθέσουμε δύο ή περισσότερους **ομόσημους** αριθμούς προσθέτουμε τους αριθμούς και στο αποτέλεσμα βάζουμε το πρόσημο που έχουν οι αριθμοί :

$$+2 +3 +4 +1 = +10$$

$$-2 -3 -4 -1 = -10$$

Ομόσημους → προσθέτω

Για να προσθέσουμε δύο **ετερόσημους** αριθμούς κάνουμε αφαίρεση το μεγαλύτερο μείον το μικρότερο αριθμό κατά απόλυτη τιμή και στο αποτέλεσμα βάζουμε το πρόσημο του μεγαλύτερου αριθμού κατά απόλυτη τιμή :

$$-4 +3 = -(4-3) = -1$$

$$+5 -2 = +(5-2) = +3$$

Ετερόσημους → αφαιρώ

ΑΦΑΙΡΕΣΗ

Για να αφαιρέσουμε από τον αριθμό α τον αριθμό β προσθέτουμε τον α στον **αντίθετο** του δηλαδή :

$$α-β = α+(-β)$$

Γενικά όταν μια παρένθεση έχει μπροστά της το « - » μπορούμε να την απαλείψουμε μαζί με το « - » και να γράψουμε τον αντίθετο του αριθμού που περιέχει .

$$-(+5) = -5$$

$$-(-2) = +2$$

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ- ΔΙΑΙΡΕΣΗ

Δυο ρητοί αριθμοί α , β λέγονται **αντίστροφοι** αν $\alpha \cdot \beta = 1$

$$+ \cdot - = -$$

$$+ \cdot + = +$$

$$- \cdot + = -$$

Τα ίδια ισχύουν και στη **διαίρεση** απλά εκεί οι αριθμοί κατά απόλυτη τιμή αντί να πολλαπλασιάζονται, διαιρούνται.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1) Να γίνουν οι πράξεις :

A) $(-2-3) \cdot (-4+6) - (-7) =$

B) $(-1)^2 \cdot (-2)^3 - (-7+8) \cdot (-5-1) =$

Γ) $(-\frac{1}{2} + \frac{2}{3}) \cdot (-\frac{1}{4} + \frac{1}{2}) =$

Δ) $2 \cdot (\alpha + \beta) - 3 \cdot (\alpha - \beta) - 5\beta =$

2) Χρησιμοποίησε την επιμεριστική ιδιότητα:

A) $3(\alpha + \beta + \chi) - 2\alpha - 3\beta =$

B) $4(\beta + \gamma + \alpha) - 5(\alpha - \beta + \gamma) + \alpha =$

Γ) $(\chi + \alpha + 3\chi) + 2(\alpha + 2\chi) =$

Θυμήσου :

$$2(\chi + \alpha) = 2\chi + 2\alpha$$

3) Κάνε αναγωγή ομοίων όρων:

$$\chi + \chi + \chi =$$

$$\chi + 2 + \chi + 4 =$$

$$2\chi + \alpha + 3\chi + 2\alpha + \alpha =$$

$$\chi + \alpha + \chi + \chi + 2\alpha + 5\chi =$$

4) Να κάνετε τις πράξεις. Θυμήσου την επιμεριστική ιδιότητα!

A) $2(\alpha + \beta + \gamma) - 4(\alpha + \beta - \gamma) =$

B) $3(\alpha\beta + \alpha + \beta\gamma) - 4(\alpha\beta - \beta\gamma) =$

$$\Gamma) 4\alpha(\alpha\beta + \beta\gamma) - 4\beta\gamma - 3\alpha^2\beta =$$

$$\Delta) 5\alpha(\alpha^2\beta + \alpha\beta\gamma) - 3\alpha^3\beta - 5\alpha^2\beta\gamma$$

ΒΑΣΙΚΕΣ ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ	
Τετράγωνο αθροίσματος	$(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$
Τετράγωνο διαφοράς	$(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$
Κύβος αθροίσματος	$(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$
Κύβος διαφοράς	$(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$
Διαφορά τετραγώνων	$\alpha^2 - \beta^2 = (\alpha - \beta)(\alpha + \beta)$
Διαφορά κύβων	$\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha - \beta)(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2)$
Άθροισμα κύβων	$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2)$

5) Να υπολογίσετε τις ταυτότητες:

A) $(\alpha + 1)^2 =$

B) $(\alpha - 2)^2 =$

Γ) $(\alpha + 1)^2 + (\alpha - 2)^2 - 2\alpha^2 =$

Δ) $(\alpha - 2)(\alpha + 2) =$

E) $(\alpha - 3)(\alpha + 3) =$

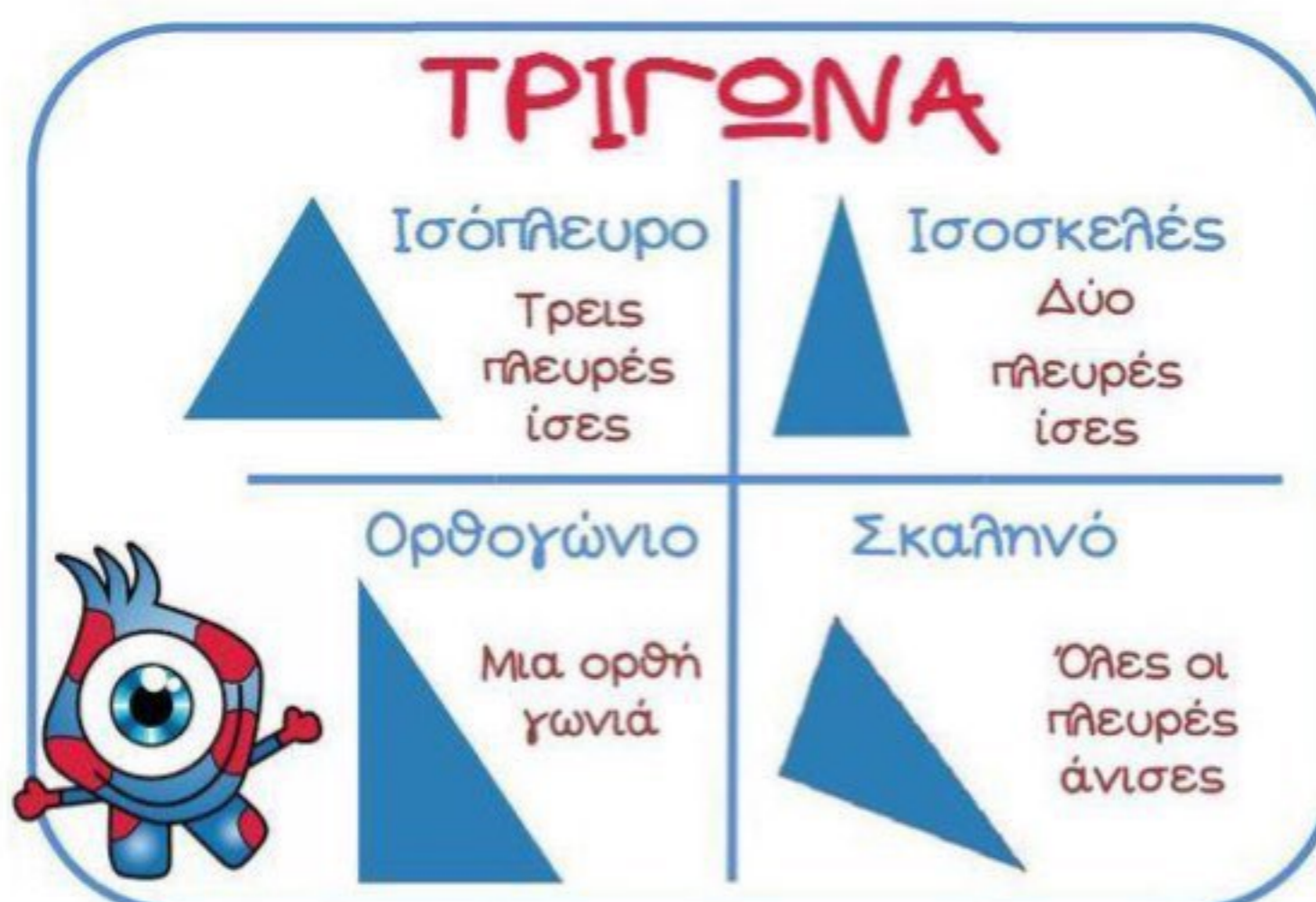
Στ) $(\alpha - 5)(\alpha + 5) =$

Z) $(\alpha - 10)(\alpha + 10) =$

H) $(\alpha - 6)(\alpha + 6) - \alpha^2 =$

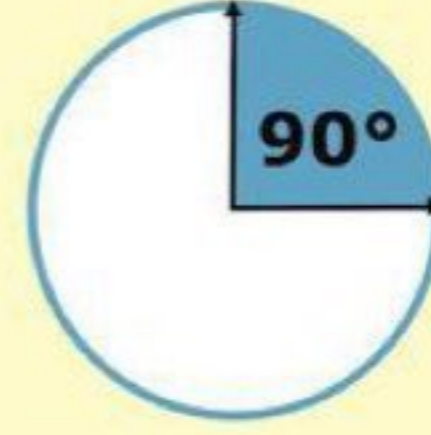
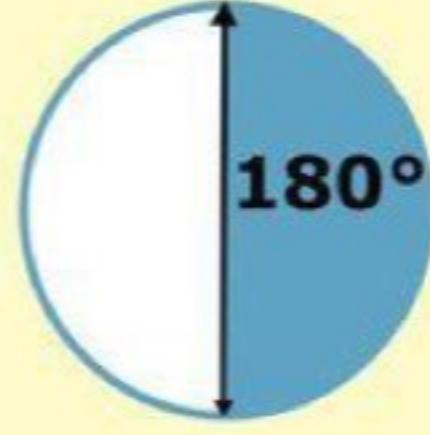
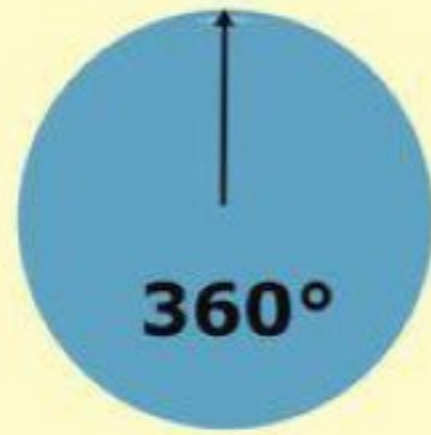
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Κάνω μια μικρή επανάληψη πρώτα!



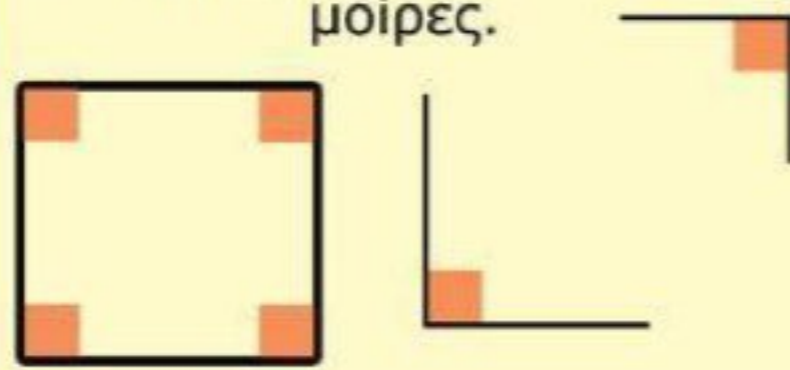
Γωνιές

Γωνιά είναι το γεωμετρικό σχήμα που αποτελείται από δύο ημιευθείες με κοινή αρχή. Οι γωνιές μετρούνται σε μοίρες.



Ορθή γωνιά

Η **ορθή** γωνία είναι 90° μοίρες.



Οξεία γωνιά

Κάθε γωνία μικρότερη από την ορθή λέγεται **οξεία**.



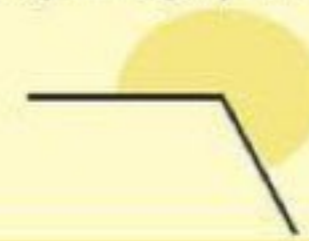
Αμβλεία γωνιά

Κάθε κυρτή γωνία μεγαλύτερη από την ορθή λέγεται **αμβλεία**.



Μη κυρτή γωνιά

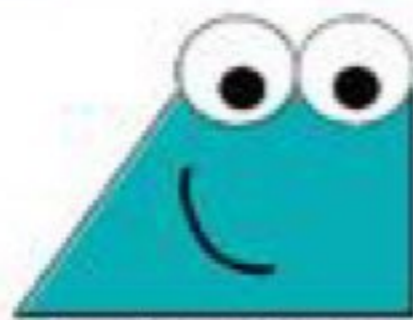
Η **μη κυρτή** γωνία είναι μεγαλύτερη από 180° μοίρες και μικρότερη από 360°.



Τετράπλευρα



παραλληλόγραμμο



Ορθογώνιο τραπέζιο



ρόμβος



ορθογώνιο



Ισοσκελές τραπέζιο



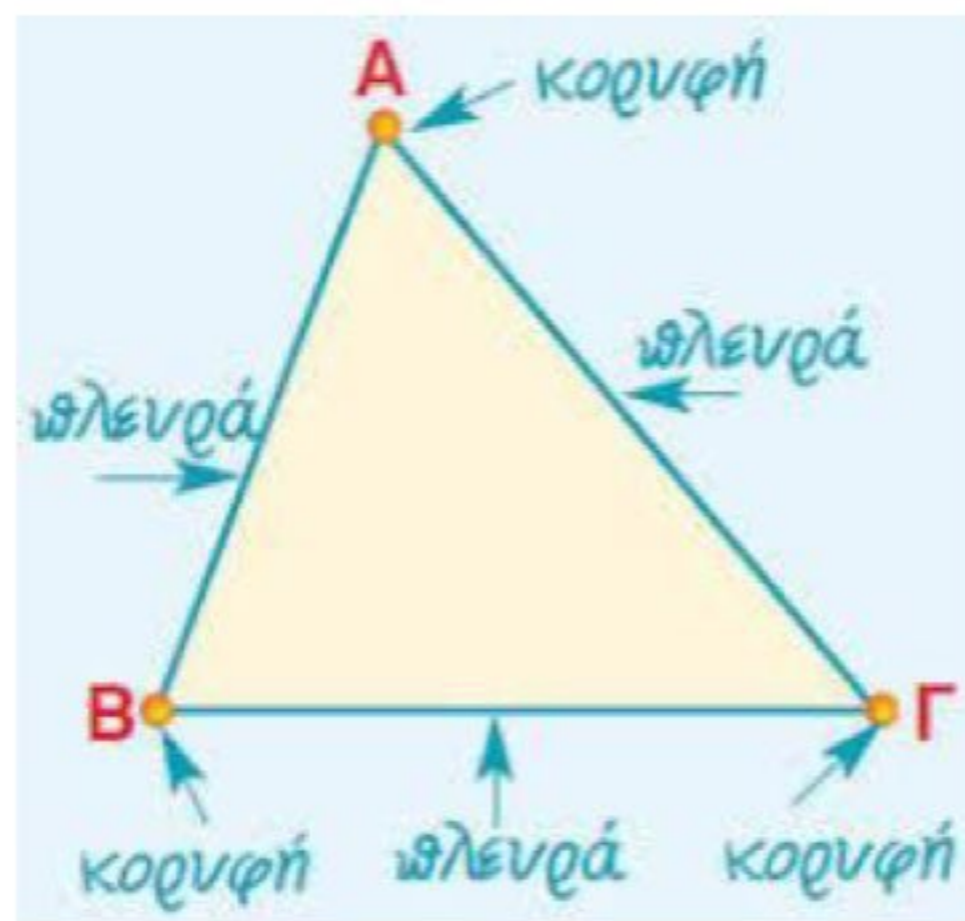
τετράγωνο



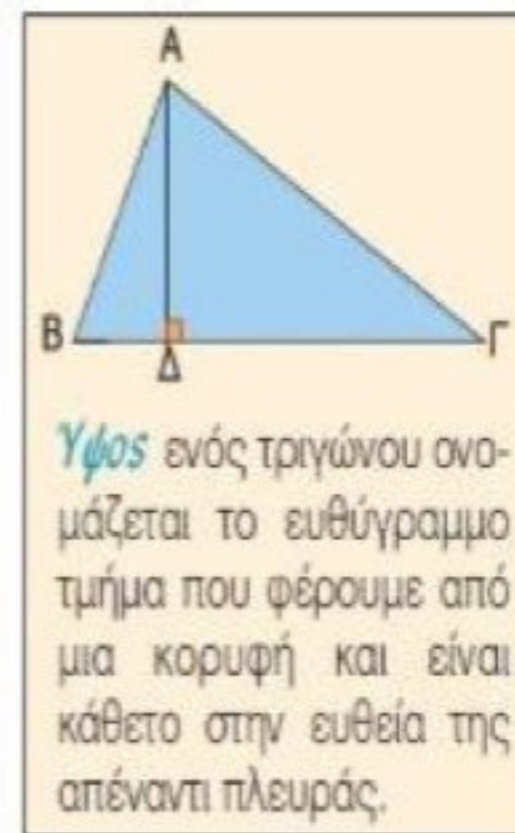
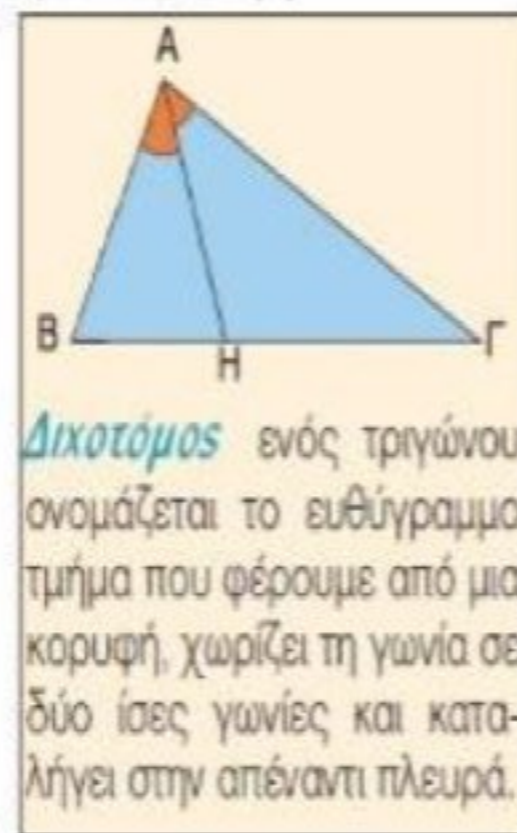
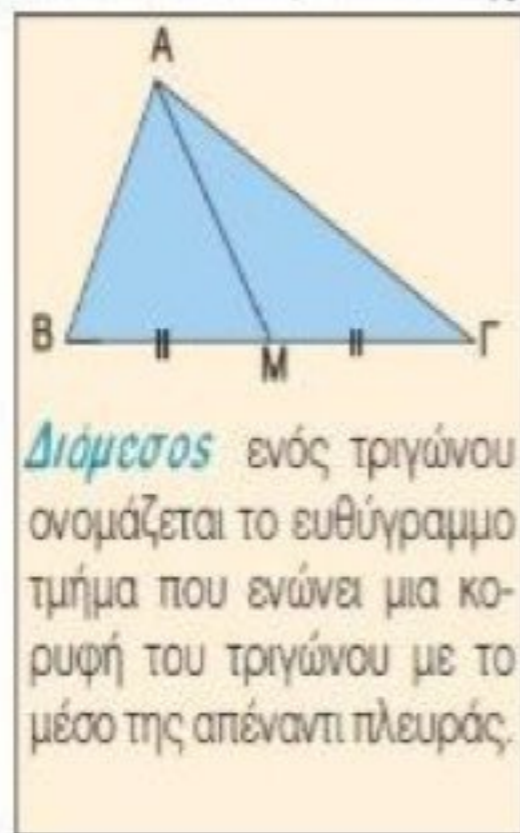
Ορθογώνιο Τρίγωνο



Το ορθογώνιο τρίγωνο έχει μια γωνιά που είναι ορθή (90°).



Σ' ένα τρίγωνο, εκτός από τα κύρια στοιχεία, υπάρχουν και τα δευτερεύοντα στοιχεία, που είναι οι διάμεσοι, οι διχοτόμοι και τα ύψη.



Δύο τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν:

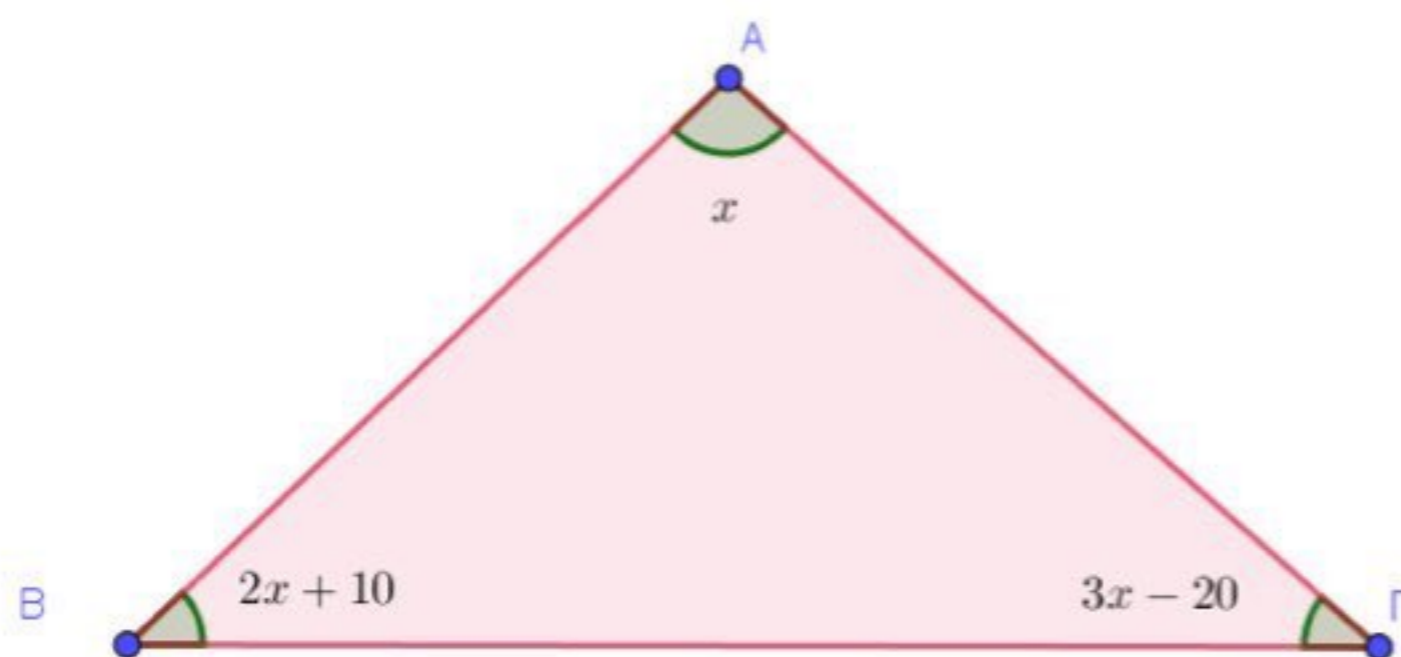
π-π-π → 3 ΠΛΕΥΡΕΣ ΙΣΕΣ

π-γ-π → 2 ΠΛΕΥΡΕΣ ΙΣΕΣ ΚΑΙ ΤΗ ΓΩΝΙΑ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΗ ΣΕ ΑΥΤΕΣ ΙΣΗ

γ-π-γ → 1 ΠΛΕΥΡΑ ΚΑΙ 2 ΓΩΝΙΕΣ ΠΡΟΣΚΕΙΜΕΝΕΣ ΣΕ ΑΥΤΗ ΙΣΕΣ.

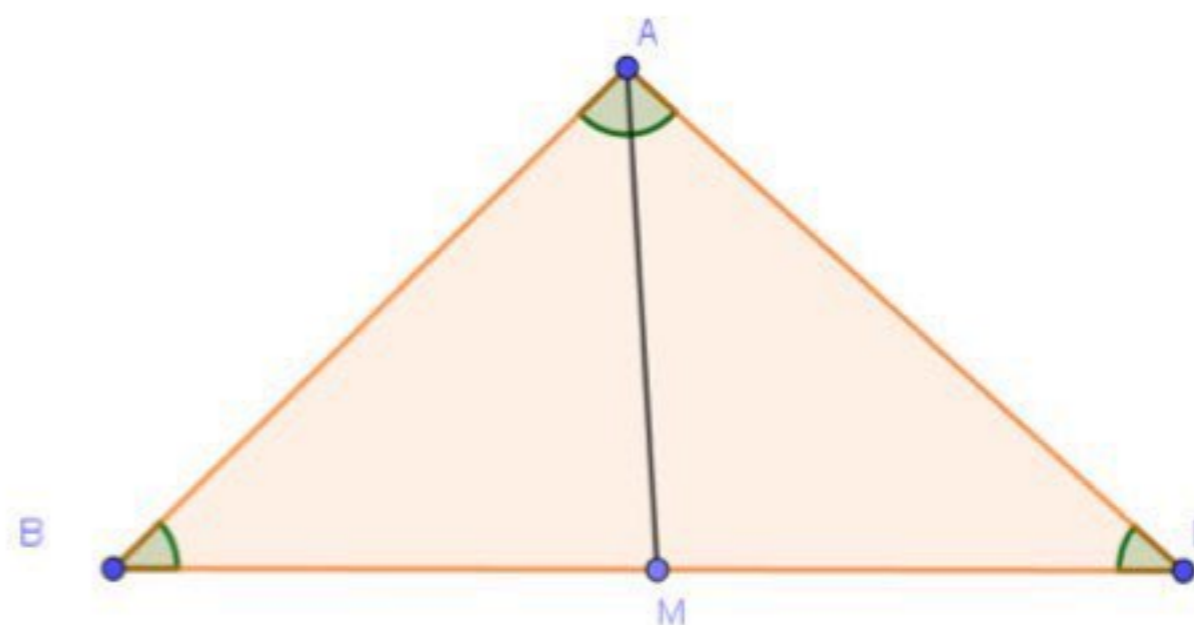
Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν 2 πλευρές ίσες ή 1 πλευρά ίση και 1 οξεία γωνία ίση.

1) Να βρεθεί το x και πόσο είναι η κάθε γωνία στο $AB\Gamma$ (τρίγωνο).



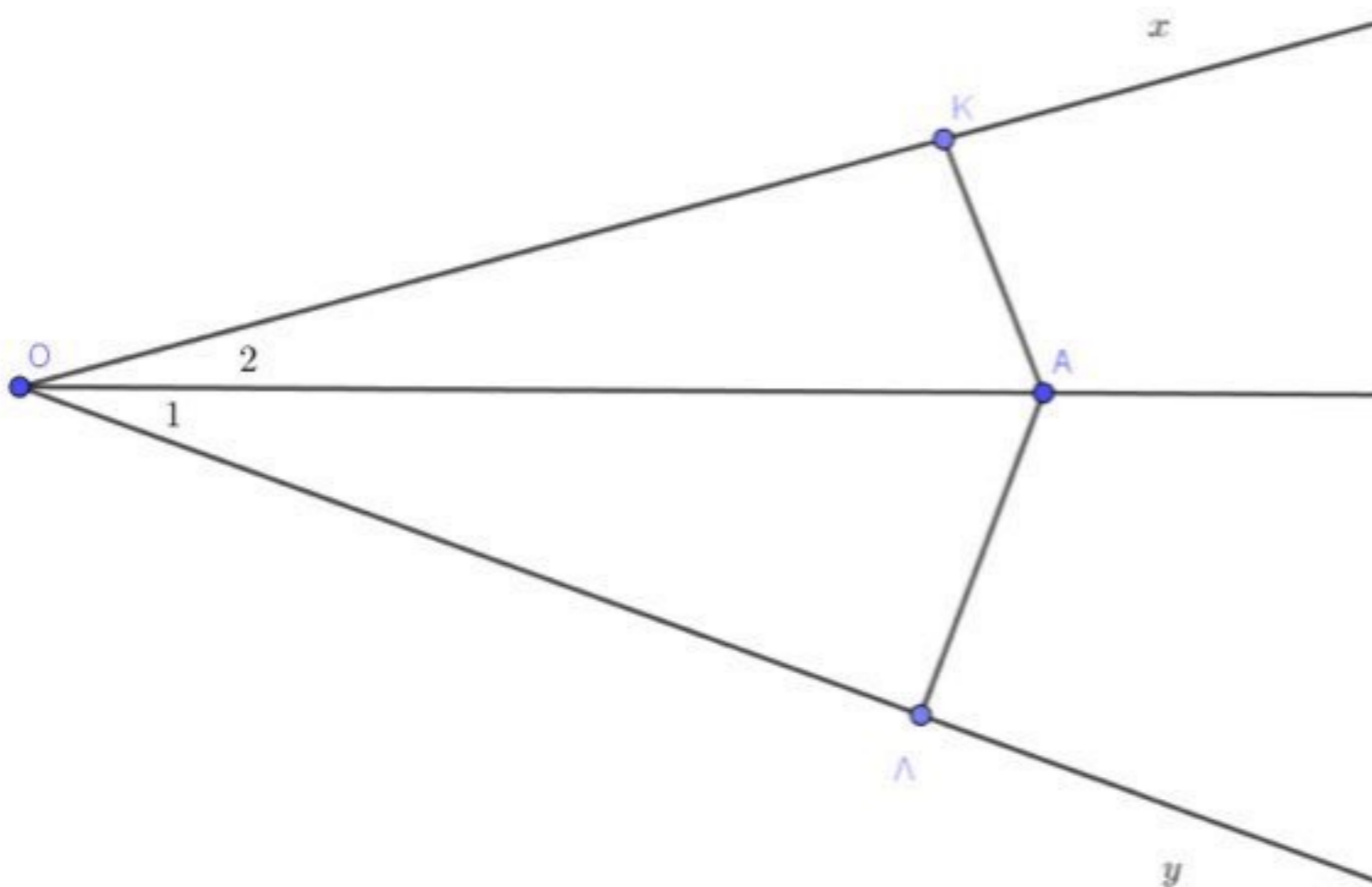
Θυμήσου :
άθροισμα γωνιών
τριγώνου = 180°

2) Να δείξετε ότι στο ισοσκελές τρίγωνο η διάμεσος είναι και διχοτόμος και ύψος.



3) Έχω μια γωνία Oxy και $O\delta$ διχοτόμος της. Αν $OK=OL$ να δείξετε ότι $AK=AL$ όπου AK, AL αποστάσεις από το A .

Απόσταση είναι η κάθετη ευθεία από το A στις Ox, Oy .



Επίλυση εξισώσεων δευτέρου βαθμού με τη βοήθεια τύπου

Για να λύσουμε την εξίσωση $ax^2 + bx + c = 0$ με $a \neq 0$ υπολογίζουμε τη διακρίνουσα Δ με τον τύπο:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Οπότε έχουμε τις παρακάτω περιπτώσεις:

- Αν $\Delta > 0$, έχει δύο άνισες λύσεις τις $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$
- Αν $\Delta = 0$, έχει μία διπλή λύση την $x_0 = -\frac{b}{2a}$
- Αν $\Delta < 0$, δεν έχει λύση (αδύνατη).

(Πηγή: <https://www.kiosterakis.gr/edu/eyresi-rizon-trionymou>)

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

1^ο

Να λυθεί η εξίσωση: $2x^2 - x - 6 = 0$

ΛΥΣΗ:

Στην εξίσωση $2x^2 - x - 6 = 0$ είναι:

$$\alpha = 2 \quad \beta = -1 \quad \gamma = -6$$

Οπότε η Διακρίνουσά της είναι:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-6) = 1 + 48 = 49 > 0$$

Άρα η εξίσωση έχει δύο άνισες λύσεις, τις:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 2} = \frac{1 \pm 7}{4}$$
$$x_1 = \frac{1+7}{4} = \frac{8}{4} = 2$$
$$x_2 = \frac{1-7}{4} = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2}$$

4^ο

α) Να λυθεί η εξίσωση: $2x^2 - 10x + 8 = 0$

β) Να παραγοντοποιηθεί το τριώνυμο: $2x^2 - 10x + 8$

ΛΥΣΗ:

α) Στην εξίσωση $2x^2 - 10x + 8 = 0$ είναι: $\alpha = 2 \quad \beta = -10 \quad \gamma = 8$

Οπότε η Διακρίνουσα είναι: $\Delta = b^2 - 4ac = (-10)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 8 = 100 - 64 = 36 > 0$

Άρα η εξίσωση έχει δύο άνισες λύσεις, τις:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-10) \pm \sqrt{36}}{2 \cdot 2} = \frac{10 \pm 6}{4}$$
$$x_1 = \frac{10+6}{4} = \frac{16}{4} = 4$$
$$x_2 = \frac{10-6}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

Άρα λύσεις της εξίσωσης $2x^2 - 10x + 8 = 0$ είναι οι αριθμοί 4 και 1

$$\begin{aligned} \beta) \quad 2x^2 - 10x + 8 &= 2(x^2 - 5x + 4) = 2(x^2 - 4x - x + 4) = \\ &= 2[x(x-4) - (x-4)] = 2(x-4)(x-1) \end{aligned}$$

Άρα:

$$2x^2 - 10x + 8 = 2(x-4)(x-1)$$

(Πηγή: Ευθύμιος Δημητρακόπουλος <https://slideplayer.gr/slide/13472402/>)

Οι ασκήσεις είναι είτε προϊόν συναδέλφων από εκπαιδευτικά site είτε προϊόν δικό μου και οι φωτογραφίες ανήκουν στο διαδίκτυο και στην εφαρμογή pinterest και τροποποιήθηκαν σε ορισμένα σημεία απο μένα.

Ξεκινήστε την επανάληψη σας και προσπαθήστε να θυμάστε τους τύπους και τις μεθοδολογίες κατανοώντας για ποιό λόγο κάνουμε το κάθε τι.

Καλή επανάληψη και καλές Εξετάσεις σας εύχομαι!!!!

Κυρία,

Λέλλου Γεωργία

